

## Contexte

Une équipe de biologistes étudie l'évolution de la superficie recouverte par une algue marine appelée posidonie, sur le fond de la baie de l'Alycastre, près de l'île de Porquerolles.

La zone étudiée est d'une superficie totale de 20 hectares (ha), et au premier juillet 2024, la posidonie recouvrait 1 ha de cette zone.



## Énoncé

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  la superficie de la zone, en hectare, recouverte par la posidonie au premier juillet de l'année 2024 +  $n$ .

Ainsi,  $u_0 = 1$ .

Une étude conduite sur cette superficie a permis d'établir que pour tout entier naturel  $n$  :

$$u_{n+1} = -0,02u_n^2 + 1,3u_n.$$

On note  $h$  la fonction définie sur  $[0 ; 20]$  par

$$h(x) = -0,02x^2 + 1,3x.$$

On admet que  $h$  est croissante sur  $[0 ; 20]$ .



## Questions

- 1 Calculer la superficie que devrait recouvrir la posidonie au premier juillet 2025 d'après ce modèle.
- 2
  - a. Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 20$ .
  - b. En déduire que la suite  $(u_n)$  converge. On note  $L$  sa limite.
  - c. On admet que la limite  $L$  vérifie l'équation  $h(L) = L$ . Déterminer cette limite  $L$ .
- 3 Les biologistes souhaitent savoir au bout de combien de temps la surface recouverte par la posidonie est de dépassera les 14 hectares.
  - a. Sans aucun calcul, justifier que, d'après ce modèle, cela se produira.
  - b. Recopier et compléter l'algorithme suivant pour qu'en fin d'exécution, il affiche la réponse à la question des biologistes.

```
def seuil():  
    n = 0  
    u = 1  
    while ..... :  
        n = .....  
        u = .....  
    return n
```



## Conseils

- Bien comprendre la modélisation :  $u_n$  représente une surface (en hectares).
- Utiliser les résultats sur les suites : croissance, suite bornée, convergence.
- Pour la limite, résoudre une équation.
- Pour l'algorithme, réfléchir à la condition d'arrêt.

Modéliser  
Raisonner  
Conclure !