

Les maths
sont des clés
qui ouvrent
de grands horizons !

SUITES ET RÉCURRENCE

EXERCICE DE SYNTHÈSE #2

Chercher, raisonner, démontrer ... progresser !

✓ Modéliser
✓ Calculer
✓ Raisonner
✓ Démontrer
✓ Conclure

Une suite
d'efforts pour
de grands
résultats !

Étude d'une suite définie par récurrence

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad \text{pour tout entier naturel } n, \quad u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3}.$$

1

Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

Conjecturer le comportement de la suite (u_n) .

2

a) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3x + 4}{x + 3}$.
Montrer que, si $x \in [1; 2]$, alors $f(x) \in [1; 2]$.

b) En déduire par récurrence que, pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_n \leq 2$.

3

Pour tout entier naturel n , montrer que $u_{n+1} - u_n = \frac{4 - u_n^2}{u_n + 3}$.
En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .

4

Justifier que la suite (u_n) converge.

5

On suppose que sa limite L vérifie $L = \frac{3L + 4}{L + 3}$.
Déterminer L .

6

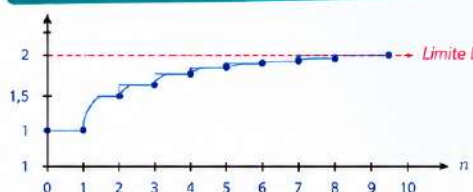
Pour aller plus loin, on pose $v_n = \frac{2 - u_n}{2 + u_n}$.

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

b) Déterminer v_n en fonction de n .

c) En déduire une expression explicite de u_n .

Une suite qui se rapproche de sa limite ...



Le saviez-vous ?



Les suites sont omniprésentes dans la vie quotidienne et les sciences : modélisation de populations, évolution d'un capital, algorithmes informatiques, phénomènes physiques ... Elles permettent de décrire une évolution étape après étape et de prévoir un comportement dans le temps.

Compétences travaillées

- ✓ Calculer des termes d'une suite définie par récurrence
- ✓ Étudier une fonction associée à une récurrence
- ✓ Utiliser un encadrement et le raisonnement par récurrence
- ✓ Étudier le sens de variation d'une suite
- ✓ Démontrer la convergence d'une suite
- ✓ Déterminer une limite
- ✓ Introduire une suite auxiliaire et une expression explicite
- ✓ Interpréter un résultat

Observer

Conjecturer

Démontrer

Comprendre

Réussir

Des suites
pour comprendre
le monde !

Les maths
d'aujourd'hui
pour construire
demain !

Explorer - Modéliser - Comprendre - Agir

Terminale spécialité
Mathématiques