

Les maths
au service
du réel !

SUITES ET RÉCURRENCE

EXERCICE DE SYNTHÈSE #1

Des situations concrètes pour s'entraîner ... et progresser !

✓ Modéliser
✓ Chercher
✓ Calculer
✓ Raisonner
✓ Conclure

Les
mathématiques
sont partout !

Quantité de médicament dans le sang

Référence : Baccalauréat spécialité mathématiques – Asie, 17 mai 2022 – Exercice 2, Partie A (modèle discret).

Un médicament est administré à un patient par voie intraveineuse. Après une première injection de 1 mg de médicament, le patient est placé sous perfusion.

On estime que, toutes les 30 minutes, l'organisme du patient élimine 10 % de la quantité de médicament présente dans le sang et qu'il reçoit une dose supplémentaire de 0,25 mg de la substance médicamenteuse.

Pour tout entier naturel n , on note u_n la quantité, en mg, de médicament dans le sang du patient au bout de n périodes de trente minutes. On a donc $u_0 = 1$.

- 1 Calculer la quantité de médicament dans le sang au bout d'une demi-heure.
- 2 Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 0,25$.
- 3
 - a. Montrer par récurrence sur n que, pour tout entier naturel n , $u_n \leq u_{n+1} < 5$.
 - b. En déduire que la suite (u_n) est convergente.
- 4 On estime que le médicament est réellement efficace lorsque sa quantité dans le sang du patient est supérieure ou égale à 1,8 mg.
 - a. Recopier et compléter le script Python suivant afin de déterminer au bout de combien de périodes de trente minutes le médicament commence à être réellement efficace.

```
def efficace():  
    u = 1  
    n = 0  
    while ..... :  
        u = .....  
        n = n + 1  
    return n
```

- b. Quelle est la valeur renvoyée par ce script ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
- 5 Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = 2,5 - u_n$.
 - a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0 .
 - b. Montrer que, pour tout entier naturel n , $u_n = 2,5 - 1,5 \times 0,9^n$.
 - c. Le médicament devient toxique lorsque sa quantité présente dans le sang du patient dépasse 3 mg. D'après le modèle choisi, le traitement présente-t-il un risque pour le patient ? Justifier.

Observer → Chercher → Modéliser → Calculer → Conclure



Un petit
modèle
aujourd'hui ...
de grands
effets
demain !

Apport de médicament
(0,25 mg)

Élimination naturelle
(10 %)

Modéliser le réel
pour mieux comprendre
le monde !