

SUITES ET RÉCURRENCE

FICHE D'EXERCICES #7

Seuils et programmation

Thèmes abordés :

- Rechercher un seuil à la calculatrice
- Programmer une recherche de seuil simple en Python

Observer → Calculer → Programmer → Conclure

1 Une suite avec terme fixe

On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 0,75u_n + 1.$$

- 1 À l'aide de la calculatrice, afficher les premiers termes de la suite et conjecturer sa limite.
- 2 Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 3,9$.
- 3 Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 3,99$.
- 4 Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 3,999$.

Approcher la limite... pas à pas !

3 Programmation d'une recherche de seuil (1)

On considère la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 0,75u_n + 1.$$

On souhaite déterminer le plus petit entier n tel que $u_n \geq 3,9$.

- 1 Recopier et compléter le script Python ci-contre pour qu'il renvoie ce plus petit entier n .
- 2 Tester le programme et vérifier la valeur obtenue.
- 3 Modifier le programme pour qu'il fonctionne pour un seuil S donné par l'utilisateur.
- 4 Utiliser le programme pour déterminer le plus petit n tel que $u_n \geq 3,9$ puis $u_n \geq 3,99$ et $u_n \geq 3,999$.

```
S = 3.9
u = 1
n = 0
while ... :
    u = ...
    n = ...
print(n)
```

Programmer pour aller plus loin !

2 Une suite décroissante vers 3

On considère la suite (v_n) définie par

$$v_0 = 10 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = \frac{v_n + 3}{2}.$$

- 1 À l'aide de la calculatrice, afficher les premiers termes de la suite et conjecturer sa limite.
- 2 Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $v_n \leq 3,1$.
- 3 Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $v_n \leq 3,01$.
- 4 Même question avec le seuil $v_n \leq 3,001$.

De plus en plus proche de 3 ...



4 Programmation d'une recherche de seuil (2)

On considère la suite (v_n) définie par

$$v_0 = 10 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = \frac{v_n + 3}{2}.$$

On souhaite déterminer le plus petit entier n tel que $v_n \leq 3,01$.

- 1 Recopier et compléter le script Python ci-contre pour qu'il renvoie ce plus petit entier n .
- 2 Tester le programme et vérifier la valeur obtenue.
- 3 Modifier le programme pour qu'il fonctionne pour un seuil T donné par l'utilisateur.
- 4 Utiliser le programme pour déterminer le plus petit n tel que $v_n \leq 3,1$ puis $v_n \leq 3,01$ et $v_n \leq 3,001$.

```
T = 3.01
v = 10
n = 0
while ... :
    v = ...
    n = ...
print(n)
```

Quelques lignes de code pour gagner du temps !

5 Un problème de modélisation

Une population de bactéries est modélisée (en milliers d'individus) par une suite (b_n) définie par

$$b_0 = 0,5 \quad \text{et} \quad b_{n+1} = 1,2b_n.$$

- 1 À l'aide de la calculatrice, déterminer le plus petit entier n tel que $b_n \geq 100$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.
- 2 Écrire un programme Python qui demande un seuil P (en milliers) et qui renvoie le plus petit entier n tel que $b_n \geq P$.
- 3 Utiliser ce programme pour déterminer au bout de combien de jours la population dépasse un million d'individus (le seuil sera donc $P = 1000$).

Modéliser pour comprendre le réel ...



Observer aujourd'hui ...

... pour construire demain !