

OBJECTIFS DE LA FICHE

- ✓ Comprendre le principe d'un raisonnement par récurrence.
- ✓ Rédiger une démonstration complète.
- ✓ Montrer qu'une suite vérifie une propriété pour tout entier n .



RAPPEL : PRINCIPE DE RÉCURRENCE

Pour démontrer qu'une propriété $P(n)$ est vraie pour tout entier $n \geq n_0$:

- 1 Initialisation : on montre que $P(n_0)$ est vraie.
- 2 Hérédité : on montre que, pour tout $n \geq n_0$, si $P(n)$ est vraie alors $P(n+1)$ est vraie.
- 3 Conclusion : on conclut que $P(n)$ est vraie pour tout $n \geq n_0$.

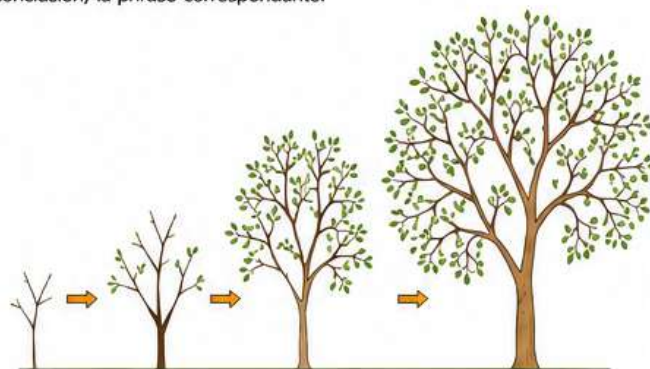
MÉTHODE EN 3 ÉTAPES

- 1 Initialisation
- 2 Hérédité
- 3 Conclusion

1 COMPRENDRE LE PRINCIPE

Pour chacune des situations suivantes, associer à chaque étape (initialisation, hérédité, conclusion) la phrase correspondante.

- a) ☐ Initialisation • On suppose que la propriété est vraie au rang n .
☐ Hérédité • On montre qu'elle est vraie au rang 0.
☐ Conclusion • On en déduit qu'elle est vraie pour tout $n \geq 0$.
- b) ☐ Initialisation • On vérifie que la propriété est vraie au rang 1.
☐ Hérédité • On conclut qu'elle est vraie pour tout $n \geq 1$.
☐ Conclusion • On montre que, si elle est vraie au rang n alors elle l'est aussi au rang $n+1$.
- c) ☐ Initialisation • On établit que $P(n+1)$ est vraie.
☐ Hérédité • On conclut : $P(n)$ est vraie pour tout $n \geq 2$.
☐ Conclusion • On vérifie que $P(2)$ est vraie.



5 ENCADREMENT PAR RÉCURRENCE

On considère la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 0,6u_n + 2$.

1. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq 5$.

1. Initialisation :

.....

2. Hérédité :

.....

3. Conclusion :

.....

3. En déduire un encadrement de u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Réponse :

2. Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 2,5$.

1. Initialisation :

.....

2. Hérédité :

.....

3. Conclusion :

.....

3 MONTRER PAR RÉCURRENCE QUE $u_n \leq u_{n+1}$

On considère la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$.

Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq u_{n+1}$.

1. Initialisation :

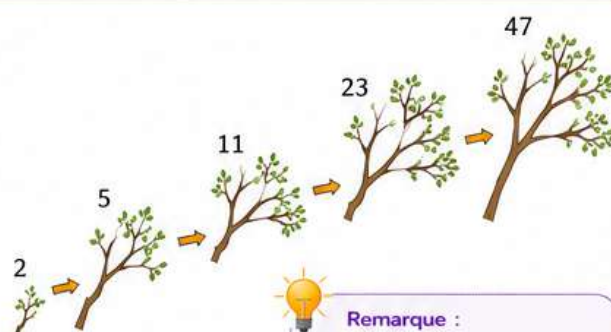
.....

2. Hérédité :

.....

3. Conclusion :

.....



Remarque :

Si $u_n \leq u_{n+1}$ pour tout n , on dit que la suite (u_n) est croissante (ou croissante).



BILAN DE LA FICHE : Je sais comprendre et utiliser le raisonnement par récurrence.



Je sais rédiger une démonstration complète.



Je dois encore m'entraîner.

