

SUITES ET RÉCURRENCE

CORRIGÉ – FICHE D'EXERCICES #7

Seuils et programmation

Rappels utiles :

- On peut chercher un seuil à la calculatrice en utilisant le mode suite ou un tableau de valeurs.
- On peut aussi programmer une recherche de seuil simple en Python.
- On lit dans un tableau la plus petite valeur de n qui vérifie la condition demandée.

1 Une suite avec terme fixe

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 0,75u_n + 1$.

- 1** À l'aide de la calculatrice, on obtient le tableau de valeurs ci-contre (extrait).

n	u_n
0	1
1	1,75
2	2,3125
5	3,2373
10	3,7725
12	3,9057
20	3,9906
28	3,9993

Conclusion :

Les premiers termes sont croissants et semblent se rapprocher de 4.

- 2** Plus petit n tel que $u_n \geq 3,9$.
D'après le tableau, on lit $n = 12$.
- 3** Plus petit n tel que $u_n \geq 3,99$.
D'après le tableau, on lit $n = 20$.
- 4** Plus petit n tel que $u_n \geq 3,999$.
D'après le tableau, on lit $n = 28$.



Vers la limite ...

2 Une suite décroissante vers 3

On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 10$ et $v_{n+1} = \frac{v_n + 3}{2}$.

- 1** À l'aide de la calculatrice, on obtient le tableau de valeurs ci-contre (extrait).

n	v_n
0	10
1	6,5
2	4,75
5	3,3125
7	3,0977
10	3,0068
12	3,0017
13	3,0009

Conclusion :

Les premiers termes sont décroissants et semblent se rapprocher de 3.

- 2** Plus petit n tel que $v_n \leq 3,1$.
D'après le tableau, on lit $n = 7$.
- 3** Plus petit n tel que $v_n \leq 3,01$.
D'après le tableau, on lit $n = 10$.
- 4** Plus petit n tel que $v_n \leq 3,001$.
D'après le tableau, on lit $n = 13$.



De plus en plus proche de 3 ...

3 Programmation d'une recherche de seuil (1)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 0,75u_n + 1$.

- 1** Le script proposé renvoie le plus petit entier n tel que $u_n \geq 3,9$. On obtient $n = 12$.
- 2** On teste le programme et on vérifie la valeur obtenue.
- 3** En modifiant le seuil dans le programme, on obtient :
pour $u_n \geq 3,99$: $n = 20$.
pour $u_n \geq 3,999$: $n = 28$.
- 4** Le programme fonctionne pour tout seuil $S > 1$ (cette suite est croissante et semble converger vers 4).

Programmer pour trouver rapidement !



4 Programmation d'une recherche de seuil (2)

On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 10$ et $v_{n+1} = \frac{v_n + 3}{2}$.

- 1** Le script proposé renvoie le plus petit entier n tel que $v_n \leq 3,1$. On obtient $n = 7$.
- 2** On teste le programme et on vérifie la valeur obtenue.
- 3** En modifiant le seuil dans le programme, on obtient :
pour $v_n \leq 3,01$: $n = 10$.
pour $v_n \leq 3,001$: $n = 13$.
- 4** Le programme fonctionne pour tout seuil $S > 3$ (cette suite est décroissante et semble converger vers 3).

Quelques lignes de code pour un grand gain de temps !



5 Un problème de modélisation

Une population de bactéries est modélisée (en milliers d'individus) par une suite (b_n) définie par $b_0 = 0,5$ et $b_{n+1} = 1,2b_n$.

- 1** À l'aide de la calculatrice, on obtient le tableau de valeurs ci-contre (extrait).

n	b_n
0	0,5
5	1,244
10	3,096
20	38,338
30	123,834
36	220,856
40	514,720
42	741,197

- 2** Plus petit n tel que $b_n \geq 100$.
D'après le tableau, on lit $n = 30$.
- 3** En modifiant le seuil à $P = 1000$ dans le programme, on obtient $n = 42$.

Conclusion :

Il faut 30 jours pour dépasser 100 000 individus et 42 jours pour dépasser 1 000 000 d'individus.

Modéliser pour comprendre le réel ...



Les mathématiques éclairent le chemin ...

... vers de nouveaux horizons !