

Corrigé – Exercices de Synthèse #1

Combinatoire et dénombrement

Des solutions détaillées ... pour progresser !

Les maths ouvrent
des perspectives !

Exercice 1 – Organisation d'un festival

Partie A – Choix des spectacles (sans ordre)

- 1 Nombre de façons de choisir les 7 spectacles.

On choisit 7 éléments parmi 14,
sans tenir compte de l'ordre :

$$\binom{14}{7} = \frac{14!}{7!7!} = 3\,432.$$

Il y a 3 432 façons.



- 2 Exactement 3 groupes de musique.

On choisit 3 groupes parmi les 6 groupes de musique
et 4 autres spectacles parmi les 8 restants :

$$\binom{6}{3} \times \binom{8}{4} = 20 \times 70 = 1\,400.$$

Il y a 1 400 façons.



- 3 Au moins un humoriste.

On calcule par complément.

$$\text{Nombre total de choix : } \binom{14}{7} = 3\,432.$$

Choix sans humoriste : on choisit 7 spectacles parmi les
9 qui ne sont pas des humoristes (6 groupes + 3 danses) :

$$\binom{9}{7} = 36.$$

Donc : $3\,432 - 36 = 3\,396$.

Il y a 3 396 façons.

Partie B – Ordre de passage

- 4 Nombre d'ordonnements des 7 spectacles.

Il s'agit de permutations de 7 éléments :

$$7! = 5\,040.$$

Il y a 5 040 façons.

- 5 Programmation sur 10 soirées avec 3 soirées libres.

On choisit les 7 soirées parmi les 10 pour placer les spectacles :

$$\binom{10}{7} = 120.$$

Puis on ordonne les 7 spectacles sur ces soirées : $7! = 5\,040$.

Nombre total d'organisations : $120 \times 5\,040 = 604\,800$.

Il y a 604 800 façons.

Remarque :

On choisit d'abord les soirées qui accueilleront un spectacle,
puis on détermine l'ordre des 7 spectacles sur ces soirées.



La combinatoire,
un outil pour aller plus loin !



Exercice 2 – Séjour sportif

Un club sportif propose, pour la saison prochaine, 10 activités différentes :

- 4 activités de plein air (randonnée, VTT, escalade, kayak)
- 3 activités nautiques (voile, paddle, plongée)
- 3 activités en salle (fitness, yoga, musculation)

Un groupe d'élèves doit choisir 5 activités à pratiquer au cours de l'année.

Partie A – Choix des activités (sans ordre)

- 1 Nombre de façons de choisir les 5 activités.

On choisit 5 éléments parmi 10 :

$$\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!5!} = 252.$$

Il y a 252 façons.



- 2 Exactement 2 activités nautiques.

On choisit 2 activités nautiques parmi les 3, et 3 autres
activités parmi les 7 restantes (4 plein air + 3 en salle) :

$$\binom{3}{2} \times \binom{7}{3} = 3 \times 35 = 105.$$

Il y a 105 façons.

- 3 Au moins une activité de plein air.

On calcule par complément.

$$\text{Nombre total de choix : } \binom{10}{5} = 252.$$

Choix sans activité de plein air : on choisit 5 activités parmi
les 6 qui ne sont pas de plein air (3 nautiques + 3 en salle) :

$$\binom{6}{5} = 6.$$

Donc : $252 - 6 = 246$.

Il y a 246 façons.

Partie B – Planification sur plusieurs semaines

- 4 Nombre d'ordonnements des 5 activités.

Il s'agit de permutations de 5 éléments :

$$5! = 120.$$

Il y a 120 façons.



- 5 Planning sur 12 semaines avec 7 semaines pour les activités.

On choisit les 5 semaines parmi les 7 disponibles : $\binom{7}{5} = 21$.

Puis on ordonne les 5 activités sur ces 5 semaines : $5! = 120$.

Nombre total d'organisations : $21 \times 120 = 2\,520$.

Il y a 2 520 façons.

Remarque : On commence par choisir les semaines où auront lieu les activités,
puis on décide de l'ordre des 5 activités sur ces semaines.

- ☒ Observer
- ☒ Modéliser
- ☒ Calculer
- ☒ Vérifier
- ☒ Conclure

EXERCICES
MÉTHODES
RÉSULTATS
PROGRÈS