

COMPTER

RAISONNER

ORGANISER

RÉUSSIR

Corrigé – Fiche #4

Combinatoire et dénombrement

Des solutions détaillées ... pour bien progresser !

Les maths ouvrent
des perspectives !

MÉTHODE

LOGIQUE

RIGUEUR

PLAISIR

1 Exercice 1 – Lettres et mots

Un sac contient les 9 lettres suivantes : A, A, B, C, D, E, F, G, H.

1 On tire simultanément deux lettres du sac.

a) Nombre de tirages : on choisit 2 lettres parmi 9.

$$\binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = \mathbf{36}$$

b) Deux voyelles : il y a 2 voyelles (A, A).

Nombre de tirages favorables : $C(2,2) = 1$.Probabilité : $\frac{1}{36}$.

c) Une voyelle et une consonne : on choisit 1 voyelle parmi 2 et 1 consonne parmi 7.

Nombre de tirages favorables : $2 \times 7 = 14$.Probabilité : $\frac{14}{36} = \frac{7}{18} \approx \mathbf{0,39}$.

2 On forme un mot de 4 lettres avec les lettres du mot MATH, en utilisant chaque lettre une seule fois.

a) Nombre de mots : $4! = \mathbf{24}$.b) Commencer par H : on fixe H puis on permute les 3 autres lettres.
 $3! = \mathbf{6}$.

3 Exercice 3 – Codes et sécurité

Un code est constitué de 6 caractères. Chaque caractère peut être une lettre (26) ou un chiffre (10), soit 36 possibilités par position.

1 Nombre de codes : $36^6 = \mathbf{2\,176\,782\,336}$

2 Test de 5 millions de codes par seconde :

$$\text{Temps} = \frac{2\,176\,782\,336}{5\,000\,000} \approx 435,36 \text{ s} \approx 7,3 \text{ minutes.}$$

environ 7,3 minutes

3 Code uniquement de chiffres, premier chiffre non nul :
9 possibilités pour le premier chiffre (1 à 9), puis 10 pour chacun des 5 suivants.Nombre de codes : $9 \times 10^5 = 900\,000$. **900 000**

5 Exercice 5 – Urnes et tirages

Une urne contient 5 boules rouges et 7 boules vertes.

1 On tire simultanément deux boules de cette urne.

a) Nombre de tirages : $\binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = \mathbf{66}$.b) Une rouge et une verte : $5 \times 7 = \mathbf{35}$.

2 On place ces deux boules dans une seconde urne qui contient 3 boules rouges et 4 boules vertes. On pioche ensuite une boule.

Nombre total de boules dans la seconde urne : 9.

La probabilité d'obtenir une boule rouge :

Par la formule des probabilités totales :

$$P(R) = \frac{35}{66} \times \frac{4}{9} + \frac{10}{66} \times \frac{5}{9} + \frac{21}{66} \times \frac{6}{9} = \frac{5}{9} \approx 0,556.$$

 $\frac{5}{9}$ 

7 Exercice 7 – k-uplets avec répétition

On dispose des chiffres de 0 à 9.

1 Nombres de 4 chiffres (répétition possible) : $10^4 = \mathbf{10\,000}$.

2 Nombres de 4 chiffres tous différents, premier chiffre non nul :

$$9 \times 9 \times 8 \times 7 = \mathbf{4\,536}$$

3 Suites de longueur 5 avec les lettres E = {A, B, C} (répétition) :

$$3^5 = \mathbf{243}$$



2 Exercice 2 – Choix de spécialités

Un élève choisit 3 spécialités parmi 11 proposées.

1 Nombre de choix : $\binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = \mathbf{165}$.

2 Parmi ces 11 spécialités, 4 sont scientifiques et 7 littéraires.

a) Exactement 2 scientifiques : choisir 2 parmi 4 et 1 parmi 7.

$$\binom{4}{2} \times \binom{7}{1} = 6 \times 7 = \mathbf{42}$$

b) Au moins une scientifique : on calcule le complément.

Total : 165. Zéro scientifique : $C(7,3) = 35$.Donc $165 - 35 = 130$. **130**

3 On ajoute une option facultative parmi 5 proposées (indépendante des spécialités).

Nombre de choix : $165 \times 5 = \mathbf{825}$ 

4 Exercice 4 – Équipes et groupes

Une classe de 28 élèves.

1 Nombre de groupes de 5 : $\binom{28}{5} = \frac{28 \times 27 \times 26 \times 25 \times 24}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \mathbf{98\,280}$

2 Parmi les 28 élèves, 12 font le football, 8 le basketball (2 pratiquent les deux sports).

On choisit un groupe de 5 élèves parmi les 28.

a) Aucun des deux sports : $28 - (12 + 8 - 2) = 10$ élèves.

$$\text{Nombre de groupes : } \binom{10}{5} = \mathbf{252}$$

b) Exactement 3 pratiquant le football : choisir 3 parmi 12 et 2 parmi les 16 autres.

$$\binom{12}{3} \times \binom{16}{2} = 220 \times 120 = 26\,400. \quad \mathbf{26\,400}$$



6 Exercice 6 – Permutations et arrangements

1 Anagrammes de BONHEUR (toutes les lettres différentes) :

$$7! = \mathbf{5\,040}$$

2 Mots de 5 lettres avec les lettres de SOLEIL (toutes différentes) :

$$A_6^5 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = \mathbf{720}$$

3 Classements de 7 coureurs pour les trois premières places :

$$A_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = \mathbf{210}$$



8 Exercice 8 – Problème de synthèse

Dans un club, 16 font la musique, 12 la danse et 5 les deux. Le club compte 30 membres.

1 Uniquement la musique : $16 - 5 = \mathbf{11}$ 2 Au moins une des deux activités : $16 + 12 - 5 = \mathbf{23}$.

3 Groupe de 4 avec exactement 2 musiciens, 1 danseur et 1 autre :

$$\binom{16}{2,2} \times \binom{12}{1,1} \times \binom{7}{1,1} = 120 \times 12 \times 7 = \mathbf{10\,080}$$



La combinatoire,
un tremplin vers la réussite !

- ☒ Observer
- ☒ Raisonner
- ☒ Calculer
- ☒ Vérifier
- ☒ Conclure

MÉTHODES
EXERCICES
RÉSULTATS
PROGRÈS